ISC
پژوهشگاه اختصاصی علوم جهان اسلام
National Conference on Iranian Islamic Art
Effects in Culture, Science and Documentation
University of Guilan. February 2019
دانشگاه گیلان
همایش ملی جلوه های هنر ایرانی اسلامی در فرهنگ، علوم و اسناد
دانشگاه گیلان اسفندماه ۱۳۹۷

هنرهای ایرانی اسلامی و ارتباط آنها با دانش ریاضیات

شاهد مشهودی
خانه ریاضیات کرج، دانشگاه آزاد اسلامی واحد رشت، باشگاه پژوهشگران جوان و نخبگان واحد علوم و تحقیقات
ShahedMashhoudi@Gmail.Com
عظیم نیک نهاد
دانشگاه آزاد اسلامی واحد بندر انزلی
Forum.Math@Ymail.Com
کوروش بی‌نیازی
دانشگاه آزاد اسلامی واحد بندر انزلی
K.Biniazi@Yahoo.Com

چکیده
روش‌های ترسیمات هندسی و استفاده از قوانین ریاضی مانند خواص تعامد، توازی، زوایا، مثلثات، عدد طلایی، هندسه تصویری و تبدیل‌های آفین در صفحه مانند انتقال، تقارن، دوران و تجانس همواره منشا ظهور زیبایی‌هایی در هنر خصوصا معماری، گچبری، شیشه‌گری، کاشی‌کاری، گره‌چینی، موزاییک، پیکرتراشی، مجسمه‌سازی، تذهیب، نقاشی، خوشنویسی، صنایع دستی و حتی موسیقی بوده است. بالاخص در ایران، هم در دوران پیش از اسلام و هم پس از آن (که طبیعتا آثار علمی و هنری بیشتری به جا مانده است)، می‌توان تاثیر متقابل پیشرفت‌های علمی و ریاضی بر کیفیت خلق آثار هنری را در دوره های زمانی مختلفی مشاهده نمود. در این مقاله بر آنیم تا با اشاره به قوانین ریاضی و هندسه در طبیعت از جمله نسبت طلایی، فراکتال‌ها، پرسپکتیو و ...، تاثیر هر کدام را بر خلق آثار هنری توضیح دهیم. همچنین مجموعه متنوعی از تصاویر این آثار برای اشاره به اشکال هندسی یا نظم ریاضی موجود در آنها نیز در متن مقاله وجود دارد.

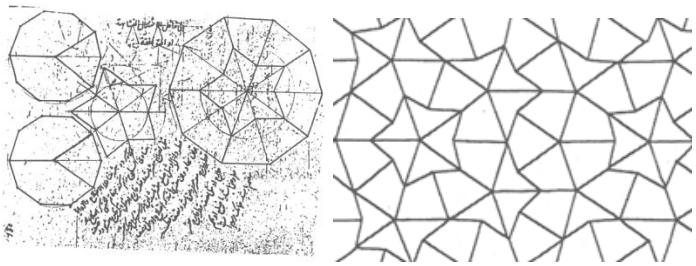
واژگان کلیدی: کاشی‌کاری، فراکتال‌ها، نسبت طلایی، پرسپکتیو

مقدمه

از جمله ریاضی‌دانان دوره اسلامی می‌توان به عبدالرحمن صوفی رازی، ابوسعید احمدبن عبدالجلیل سجزی، ابوالوفای بوزجانی، ابوالوجود محمدبن احمدبن لیث، همگی از ریاضی دان قرن چهارم هجری، خواجه نصیرالدین طوسی در قرن هفتم، غیاث الدین جمشید کاشانی در اوایل قرن نهم و شیخ بهایی در اواخر قرن دهم اشاره نمود که از روش‌های ابداعی شان برای ترسیمات چندضلعی‌ها، مقاطع مخروطی، مثلثات و نجوم، به وفور در مهندسی و ساخت و تزیین بناهای معماری معاصرشان مانند مساجد، رصدخانه‌ها و کاخ‌ها استفاده می‌شده است و شاید تشابه واژه‌های مهندس و هندسه از همین جا ناشی شده باشد. البته در شکوفایی همزمان علم و هنر نباید از نقش حاکمان اهل فرهنگ و دانش در برخی دوره‌های تاریخی غافل شد، اما دعوت از ریاضی‌دانان برای مهندسی ساخت این بناها، اهمیت نقش محاسبات در خلق زیبایی‌ها را کاملا بارز می‌نماید.

علاوه بر هنرهای وابسته به معماری، در هنرهای دیگر ایرانی از جمله نقاشی، مینیاتور، تذهیب، خوشنویسی، موسیقی و ... نیز هر چند برخلاف غرب، مستنداتی مبنی بر ریاضی دانستن نقاشان دوره اسلامی در دست نیست، اما وجود نظم‌های ریاضی و هندسی در آثار آنها را می‌توان به نشات گرفتن ایده خلق این آثار از نظم‌های طبیعت و الهامات هنرمندان نسبت داد، چرا که امروزه تقریبا برای هر نظمی در طبیعت، اصول و قواعدی در ریاضیات وجود دارد که از آن میان می‌توان به نسبت طلایی، فراکتال‌ها، پرسپکتیو و ... اشاره نمود. در این مقاله به هر یک از این چشمه‌های زیبایی در آثار هنری اشاره خواهیم کرد.

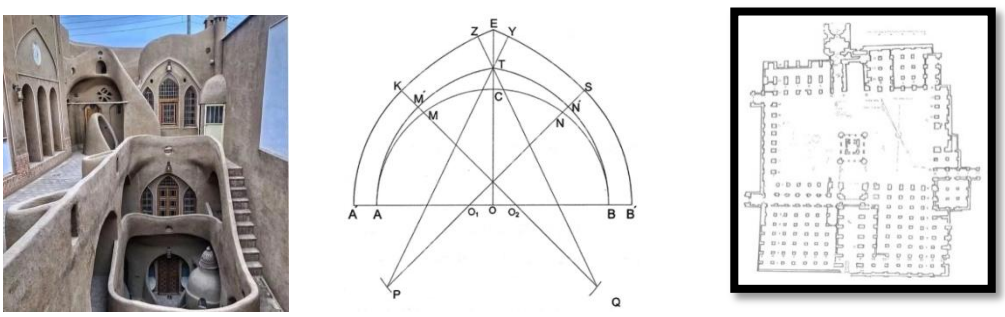
در طراحی انواع صنایع سنتی از جمله فرش، گلیم، دوخت‌های تزیینی، قلم‌کاری، چاپ دستی، آینه‌کاری،خاتم‌کاری،میناکاری، منبت‌کاری، معرق‌کاری، مشبک‌کاری، کنده‌کاری روی چوب، سنگ، فلز و ... برای خلق زیبایی در تصاویر، ظروف، پارچه‌ها، تابلوها، لوازم و مبلمان نیز به وفور از اشکال هندسی منظم و خواص ریاضی آن‌ها استفاده شده است. اما گاهی نیازها و کاربردها در صنعت یا هنر، خود منشا ابداع یا تکمیل شاخه‌هایی در ریاضیات بوده است، مثلا تاثیر نجوم بر تکامل مثلثات، تاثیر معماری بر اصول نقشه‌کشی و رسم هندسی، همچنین ترسیمات ابوالوفای بوزجانی و بعدا آجربندی راجر پن رز، که امروزه به تعمیم مشبکه‌های شبه‌متناوب دنباله اعداد فیبوناچی به دو بعد نسبت داده می‌شود. همچنین تعمیم آن به سه بعد در دهه‌های اخیر، منجر به اکتشافاتی درباره شبه‌بلورسنجی در ساختار کریستال‌ها و شناخت مولکول‌ها شده است. اخیرا پیشرفت-های زیادی نیز در زمینه زیبایی‌شناسی در ساختار خلقت گیاهان و جانوران در مطالعات ریاضیات زیستی حاصل شده است.



شکل ۱- آجربندی پن‌رز متشکل از پیکان‌ها و بادبادکها و نحوه ترسیم اجزای آن توسط ابوالوفای بوزجانی بیش از یک هزاره زودتر

۱- نمونه‌هایی از کاربردهای هندسه اقلیدسی در هنر معماری سنتی ایران

سبک هایی در معماری اسلامی پدیدار شده‌اند که نشان‌دهنده‌ی خلاقیت و ابتکار هنرمندان مسلمان بوده است. مثلا قسمت-های اصلی ساختمان مساجد عبارتند از: الف) صحن مسجد، ب) شبستان، ج) محراب، د)رواق‌ها و حجره‌ها، ه)مناره. این‌ها اجزای مسجد بودند که در طی زمان و بنا به سبک و سلیقه ی مردم سرزمین های اسلامی، گونه های مختلفی یافتند. گاه بناها به صورت هشت ضلعی، مربع و مستطیل و گاه به صورت یک ایوانی، دو ایوانی یا چهار ایوانی ساخته می‌شد. گاه مناره به بدنه ی بنا متصل بود و گاه جدا از آن. اما در طراحی نقشه ساخت همه‌ی آنها از ریاضی و هندسه استفاده می‌شد. (شکل ۱)

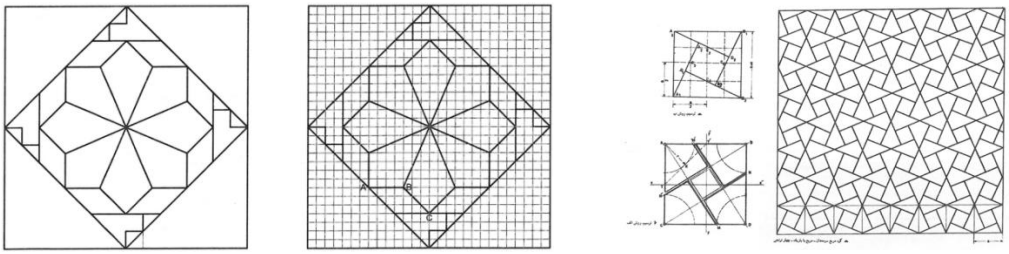


شکل ۱- راست: نقشه ای که ویلبر از مسجد عتیق شیراز در سال ۱۹۳۵ م تهیه کرده است. وسط: یکی از روش‌های رسم طاق برای دهانه‌های بیش از ده باع (بیش از ۱۶ متر) منسوب به غیاث الدین جمشید کاشانی. چپ: طراحی داخلی یک ساختمان سه طبقه قدیمی به سبک معماری ایرانی- اسلامی

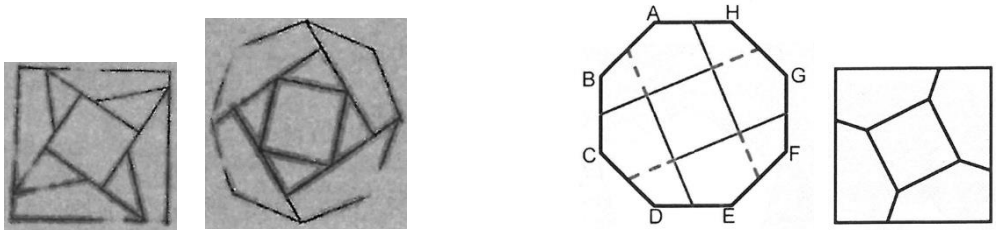
با توجه به کاربرد فراوان چندضلعی‌های منتظم در طراحی شمسه‌ها و ...، معماران روش‌هایی برای رسم آنها ابداع کرده بودند.

شکل ۲- سمت راست: رسم تزئینی شمسه هفت مبتنی بر رسم هفت ضلعی منتظم: در مدرسه چهارباغ اصفهان، وسط: در مسجد علوی اصفهان (وسط)، سمت چپ: نحوه رسم یک پنج ضلعی به کمک نسبت طلایی (مشهودی، ۱۳۹۰، ٥٦)

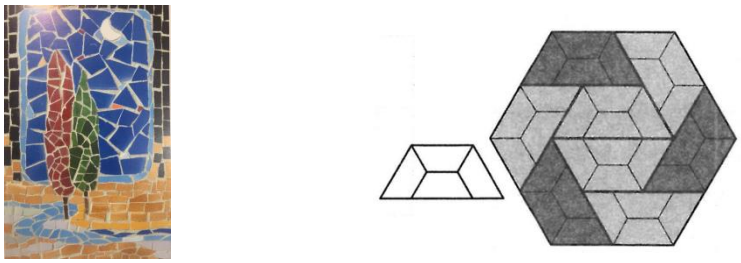
در ادامه نمونه‌هایی دیگر از کاربردهای ریاضیات در هنر معماری ایران ارئه خواهند شد. (شکل‌های ۳ تا ٦)



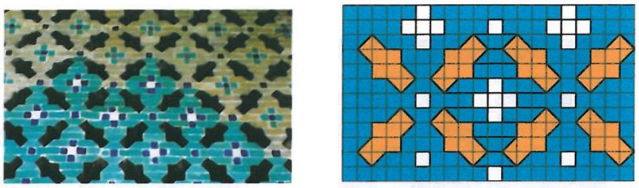
شکل ۳- راست: ترسیماتی تکرارپذیر از ابوالوفای بوزجانی، چپ: گره **شمسه و پیلی (زمانی، ۱۳۹۵، ٤٤ و ۷۲)**



شکل ٤- دو روش برای تبدیل هشت ضلعی منتظم به یک مربع به کمک برش (سمت چپ تصویر نسخه خطی بی نام)



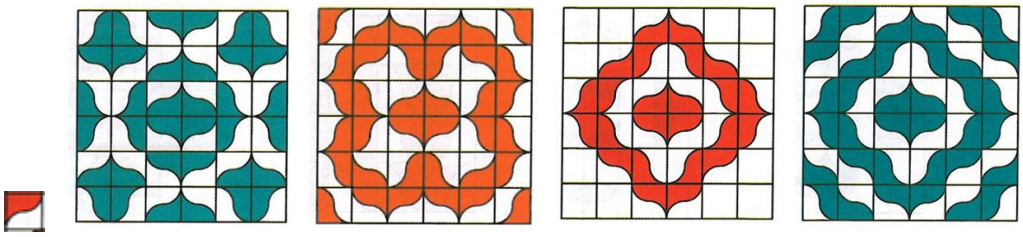
شکل ٥-راست: تبدیل شش ضلعی منتظم به ۳۲ قسمت قابل انطباق، چپ: هنر موزاییک (رحمتی، ١٣٨٤، ٨٦)



شکل ٦- دیوار مشبک صحن مسجد

١-١- کاشی‌کاری و تقسیم بندی نقوش تزئینی به کار رفته در آن

انواع نقوش کاشی‌کاری شامل نقوش انسانی، حیوانی، گیاهی، خطی (خط نگاره‌ها) و هندسی می باشند. (مکی‌نژاد، ١٣٨٨، ٦٨)



شکل۷ – چند طرح متقارن کاشی‌کاری به کمک تکرار یک جزء ثابت

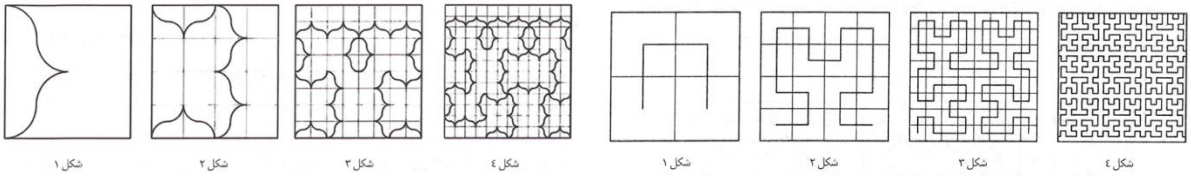
با توجه به شکل ۷ ملاحظه می شود که همه اجزاء از انتقال، دوران، بازتاب یا لغزش یک جزء ثابت تولید شده اند. (شکل ۸)

شکل ۸ – چهار تبدیل هندسی برای تولید شکل‌های دارای تقارن‌های مختلف به کمک یک جزء ثابت در کاشی‌کاری

موریس اشر، معمار هلندی، پس از سفر به اسپانیا مجذوب معماری اسلامی مساجد آنجا و کاخ الحمرا شد و از کاشی‌کاری-های آنجا نسخه برداری مفصلی انجام داد که به ابداع سبک جدیدی در نقاشی منجر شد. (شکل ۹)

شکل ۹ – نمونه برداری‌های اشر از معماری اسلامی بناهای باستانی اسپانیا و الهام گیری برای سبک نقاشی جدید او (دو شکل سمت چپ)

دیوید هیلبرت، ریاضی‌دان آلمانی، در سال ۱۸۹۰ طرح یک منحنی را ارائه داد که توانست یک مربع را کاملا پر کند. او نشان داد که سطح یک مربع (که دو بعدی است) را می توان با یک منحنی (که یک بعدی است) کاملا پر کرد! این گونه منحنی‌ها یا نمودار یک تابع هستند و یا یک شکل هندسی همراه با الگوریتم تکرار خاصی می‌باشند. (شکل ۱۰)



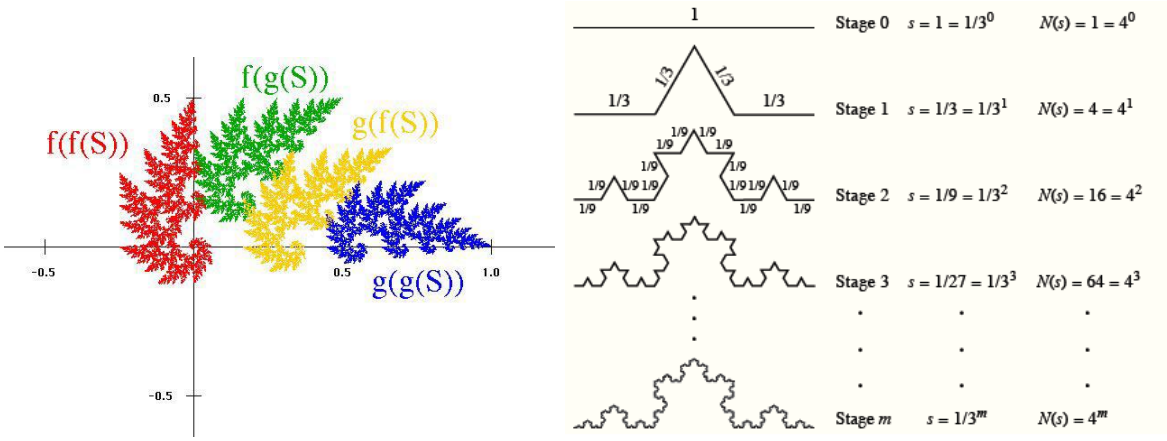
شکل ۱۰– سمت راست: منحنی صفحه پرکن (خم فضاپرکن) که با تقسیم مرحله به مرحله مربع به اجزای بسیار کوچک از حالت ۱ به ٤، کم کم طول خم به مساحت مربع میل می‌کند. سمت چپ: منحنی صفحه پرکن با الهام از زیر گنبد شیخ لطف الله از حالت ۱ به ٤

۲- ماهیت ریاضی هندسه‌های نااقلیدسی مانند فراکتال‌ها و کاربرد آنها در هنر

با نگاهی به دنیای پیرامون خود با اشکال فرکتالی بسیاری روبرو می‌شویم. طبیعت مملوء از اشکال فرکتالی است و البته این اشکال فرکتالی در حوزه ی وسیعی از مقیاس گسترده شده اند (شکل ۱۱). برخی مجموعه های فرکتالی به صورت منحنی یا سطوح هستند و برخی دیگر به شکل نقاطی منفصل ولی گروهی دیگر شکلهای عجیبی هستند که هیچ اصطلاح مناسبی برای آنها وجود ندارد نه در علم و نه در هنر (Mandelbrot, ۱۹۸۲). ویژگی‌های مهم فراکتال‌ها عبارتند از: مقیاس پذیری، خود متشابهی، الگوریتم بازگشتی (حلقه تکرار)، سیستمهای تابع تکراری.

شکل ۱۱ – نمونه‌هایی از وجود فراکتال‌ها در ساختارهای طبیعت وهمچنین طرح‌های هنری

نکته ی مهمی که در مورد تمایز میان فرکتال های طبیعی با فرکتال های ریاضی باید مورد توجه قرار داد این است که فرکتال های طبیعی برای همیشه الگوی خود را تکرار نمی کنند اما فرکتال های ریاضی تکرار فرآیند را برای همیشه ادامه می دهند. بعضی از فرکتال ها با عنوان فرکتال های هندسی شناخته می شوند از جمله: ملث سرپینسکی، فرش سرپینسکی، منحنی کخ و برف دانه ی کخ. ساده ترین نوع از فرکتال های هندسی مجموعه ی کانتور یا غبار کانتور است. (شکل ۱۲)



شکل ۱۲–راست: برف دانه‌های کخ (Falconer, ۲۰۰۳)، چپ: رسم فراکتال به کمک ترکیب توابع و تکرار آن

بعد فرکتال می تواند ترکیب نظم و شگفتی را در یک ترکیب ریتمیک قابل اندازه گیری و سنجش کند و فرکتال از معدود نمونه های تکنولوژی است که می تواند به عنوان هسته ی ترکیب بندی طراحی باشد (بویل، ۱۳۸٦). استفاده از بعد کسری، هندسه ی برخالها واقعیاتی جدید را در رابطه با الگوهای نامنظم روشن ساخت و عنوان کرد که میزان بی نظمی در مقیاس های مختلف ثابت باقی می ماند چون بعد کسری در تمام مقیاسها یکسان است (افتخارزاده،۱۳۹۲).

۲-۱- کاربرد هندسه فرکتالی در هنر ایرانی- اسلامی

در گذشته انسان ها رابطه و نزدیکی بیشتری با طبیعت داشتند و در نتیجه شناخت و درک بهتر و عمیق تری از پدیده های طبیعت به دست می آوردند. ازآنجایی که هنرمند به ویژه هنرمند سنتی تحت تأثیر طبیعت است و با الهام از طبیعت دست به آفرینش می زند، به طور خودآگاه یا ناخودآگاه اصول و قوانین حاکم بر طبیعت را دریافت می کند و آثار این درک و دریافت در طراحی ها و تولیداتش نیز قابل مشاهده است. هندسه ی فرکتالی که هندسه ی طبیعت نیز خوانده می شود، رشدی را به نمایش می گذارد که در گذشته با عنوان رشد فراگستر خوانده می شد. همان طور که **«پرسپکتیو»** در دوره ی رنسانس به عنوان یک حرکت نوآورانه دنیای کاملاً جدیدی به سوی هنرمندان گشود، هندسه ی نااقلیدسی نیز دید جدیدی نسبت به فضا به عنوان منحنی با ابعاد بالا نه به عنوان یک فضای سه بعدی ایجاد کرد. در نمونه‌هایی از هنر ایرانی مانند ساختار و فرآیند رشد نقوش گردان در طراحی فرش ها و مساجد تاریخی، می‌توان ویژگی های هندسه فراکتالی را یافت.

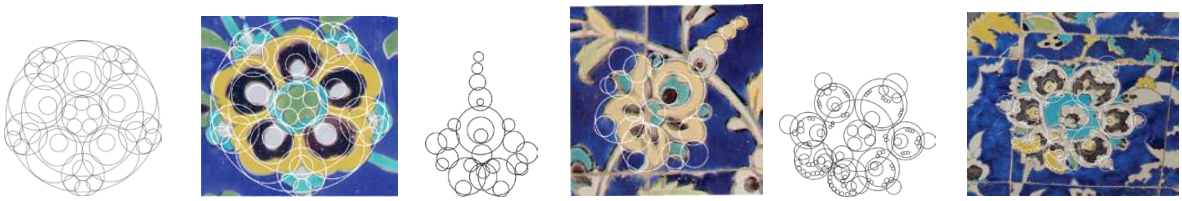
در رسم نقوش اسلیمی و ختایی (شکل ۱۳)، فضای در نظر گرفته شده ابتدا به وسیله‌ی قابها ساختاربندی می شود. سپس در تقسیمات انجام شده حرکتهای بند اسلیمی وختایی مشخص می‌شود. با قرار گرفتن اولین مارپیچ در کادر جهت چرخش انشعاب بعدی مشخص می‌شود. کادر و محیطی که برای طراحی در نظر گرفته می شود، آزادی و حرکت مارپیچ‌های نقوش گردان را محدود می‌کند. اما در همین کادر محدود نیز ترکیب‌بندی‌های بسیار متنوعی از این نقوش را می‌توان دید. این نقوش به دلیل رشد انشعابی که دارند، به راحتی با محیطی که در آن قرارگرفته‌اند هماهنگ و سازگار می‌شوند و انواع کادرها و محیط‌ها را می‌پوشانند. نوع حیرت‌انگیز این نقوش به دلیل نحوه‌ی رشد و گسترش فرکتالی آنهاست. رشد پیوسته‌ی این نقوش تا جایی ادامه می‌یابد که نه تنها کل سطح را می‌پوشانند، بلکه در مساحت محدودی که برای آنها درنظر گرفته شده است، حرکت نامحدودی را به نمایش می‌گذارند. گسترش نقوش اسلیمی و ختایی در تمام نقاط و زوایای طرح و پوشانندگی کل زمینه به وسیله‌ی این نقوش به کمک فرآیند زایش مکرر کپی‌هایی از نمونه‌ی اولیه اتفاق می‌افتد. میل به پر کردن سطح هم در این نقوش و هم در اشکال فرکتالی دیده می‌شود. ساختارهای فرکتالی ساختارهایی پویا هستند. در این ساختارها فرآیند و مسیری که سیستم پشت سر گذاشته در جهت‌دهی سیستم تأثیرگذار است. (جوکار، ۱۳۸٤)

شکل ۱۳ – نقوش ختایی و اسلیمی در گچبری سردر ساختمان‌ها، تذهیب کتب و طرح فرش‌ها (نصر اصفهانی، ۱۳۸۵، ج۱؛۳، ج۲؛۱۵، ج۳؛۱۲)

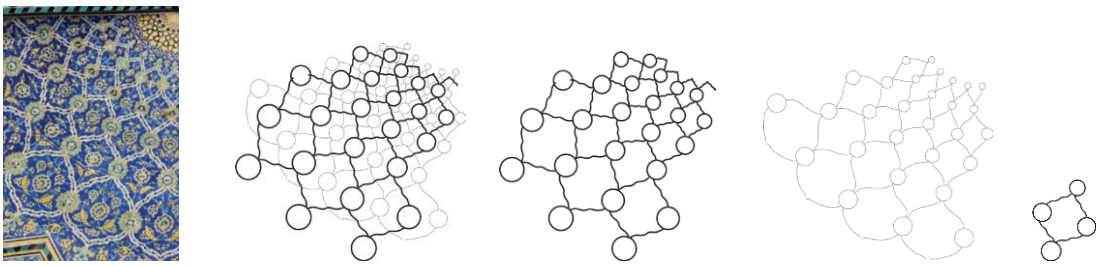
یک معادله در خود تکرار و منکسر شود، نمودار این معادله یک شکل فراکتالی خواهد شد. به عبارت ساده‌تر و از منظر دیگر، شکلی فراکتالی است که جزء و کل آن از یک معادله تبعیت نماید. همه ی فرکتالها به وسیله ی تکرار ساده خلق می شوند و ترکیب «گسترش» و «دوران» برای خلق همه‌ی مارپیچ‌ها کافی است. تمامی نقوش ایرانی ـ اسلامی از سیستم هندسه فراکتالی پیروی می‌کنند زیرا از جزء تا کل از معادله‌ی دایره تبعیت می‌نمایند. ویژگی‌های ساختاری تکرارپذیری، خودمتشابهی، و مقیاس‌پذیری همگی در نقوش ایرانی مشهود است. به طور کلی می‌توان این نقوش را به صورت شکل ١٤ تقسیم بندی کرد.

شکل ١٤– از راست به چپ: ۱–تقسیم بندی نقوش ایرانی از لحاظ ارتباط با هندسه اقلیدسی، ۲–طرح میناکاری روی سفال، ۳–طرح قلم‌کاری سفره ٤– قلم زنی روی بشقاب فلزی

اما باید تقسیم‌بندی اخیر مورد تجدید نظر قرارگیرد! وقتی همه‌ی نقوش از معادله‌ی دایره پیروی می‌کنند، نقوش غیرهندسی بی‌معنی خواهد بود و این نقوشی که از هندسه اقلیدسی تبعیت نمی‌کنند، تابع هندسه‌ی فراکتالی اند. (شکل‌های ۱۵ و ۱۶)



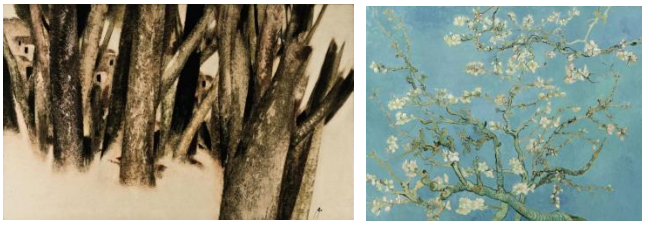
شکل ۱۵ - **تجزیه و تحلیل برخی نقوش گردان مسجد امام اصفهان با استفاده از هندسه ی فرکتالی**



شکل ۱۶ – تجزیه و تحلیل نقوش گردان در مساجد به کمک هندسه فراکتالی (مرتضوی نصیری، ۱۳۹٤)

نقاشی‌های مینیاتور از زمان کمال الدین بهزاد و رضا عباسی در عصر صفوی تا آثار معاصر ازاستاد حسین بهزاد و استاد محمود فرشچیان از شاخص‌ترین آثار هنر ایرانی‌اند که عمدتا به توصیف نبردها در شاهنامه‌ها، طبیعت و حیوانات یا مضامین عاشقانه یا عارفانه در دیوان های اشعار، یا توصیف وقایع تاریخی و مراسم مذهبی در کتب دینی اختصاص دارند. در این آثار و دیگر سبک‌های نقاشی مدرن و کلاسیک (با مضامین توصیف طبیعت) نیز معمولا رد پایی از فراکتال‌ها دیده می‌شود. (شکل ۱۷و۱۸)

شکل ۱۷– شباهت اجزای برخی نقاشی‌های مینیاتور با الگوهای فراکتالی



شکل۱۸– شباهت اجزای برخی نقاشی‌های کلاسیک و مدرن از طبیعت با الگوهای فراکتالی (سمت راست از ونگوگ و سمت چپ از سهراب سپهری)

۳- اهمیت نسبت طول‌ها و تناسب اجزا در زیبایی و هنر

عدد ثابت π برابر با نسبت محیط هر دایره، به قطر همان دایره است. ریاضی‌دانان، به تفصیل عدد π را مطالعه کرده‌اند و یکی از اعداد گنگی است که با بیشترین رقم اعشار محاسبه شده است. مقدار پذیرفته شده برای π، ...۳/۱۴۱۵۹۲۶۵ است. تناسب عبارت است از روابط کمی اجزاء کل و اجزاء با یکدیگر. مفهوم تناسب یک مفهوم ریاضی است که در هنرهای بصری اهمیت بسزائی دارد. طی تاریخ هنرمندان برای دست‌یابی به وحدت و تعادل، به منظور آنکه زبان قابل درکی برای فرم ها ایجاد کنند، بطور آگاهانه و یا ناآگاهانه آثار خود را بر پایهٔ شکل‌های هندسی و روابط متناسب بین اشکال بنا کرده‌اند.

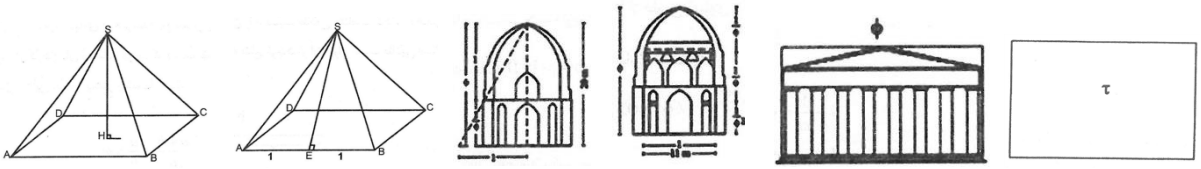
اندازه‌گیری یکی از راههای شناخت و درک اشیاست زیرا ابعاد فیزیکی همه مطلق هستند، لذا تجسم آنها و تصور اندازه‌ها و معیارهایشان نسبی می‌باشد. برای اندازه‌گیری یک جسم باید جسم دیگری یا شی دیگری را معیار بگیریم. اندازه‌گیری اشیاء نسبت به یکدیگر را «تناسب» یا «نسبت» می‌گوئیم. معیارهای تناسب در طی تاریخ بر حسب فرهنگ‌های مختلف وحتی نزد هنرمندان گوناگون متغیر بوده است. عدد گنگ $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ را نسبت طلایی می‌نامند. این عدد از دوران باستان مورد توجه ریاضی‌دان‌ها، فیزیک‌دان‌ها، فلاسفه، معماران، هنرمندان و حتی موسیقی‌دانها بوده است. آنرا میانگین طلایی، بخش طلایی، برش طلایی، اندازه مقدس، عددفیوناتچی و میانگین فیدیاس نیز نامیده‌اند. مقدار این عدد ۱/۶۱۸۵۳۰۰۰ است و معمولاً با حرف یونانی τ یا ϕ نشان داده می‌شود. نخستین کتاب درباره نسبت طلایی، اندازه مقدس نام دارد که توسط لوکا پاچولی (۱۵۱۹-۱۴۴۵) نوشته شده است. این کتاب در سال ۱۵۰۹ چاپ شده و لئوناردو داوینچی آنرا مصور کرده است. کاربردهای نسبت طلایی در ساختار خلقت گیاهان و جانوران، معماری، خوشنویسی، نقاشی و ... فراوان است.

$$\frac{x+1}{x}=\frac{x}{1}\rightarrow x^2-x-1=0\rightarrow x=\frac{1+\sqrt{5}}{2}=1.618$$

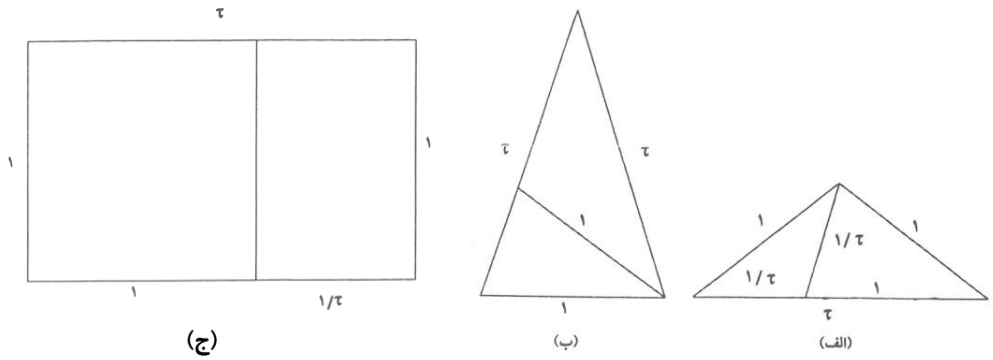
شکل ۱۹– نحوه تقسیم یک پاره خط به قسمت که نسبت طول‌شان در مقایسه با هم برابر با نسبت طلایی باشد.

ویژگی‌های نسبت طلایی، نخستین بار درباره تقسیم یک پاره‌خط به دو پاره‌خط مورد توجه قرار گرفته است (شکل ۱۹). اگر یک پاره‌خط چنان به دو قسمت تقسیم شود که نسبت تمام طول آن به طول قسمت بزرگتر، برابر با نسبت طول قسمت بزرگتر به طول قسمت کوچکتر باشد، آن‌گاه این نسبت، نسبت طلایی است. با این دو پاره‌خط می‌توان مستطیلی به نام مستطیل طلایی رسم کرد که نسبت طول به عرض آن τ است. یونانیان باستان گمان می‌کردند مستطیلی که به این ترتیب رسم می‌شود، به لحاظ زیباشناختی، خوش‌آیندترین مستطیل است و آن را در ترکیب بسیاری طرح‌های معماری خود به کار می‌بردند. با این که بسیاری از هنرمندان نقاش ترکیب‌هایی را که جنبه‌های نسبتی آن به τ نزدیک است، در آثارخود گنجانده‌اند، اما شواهد زیادی در دست نیست، که نشان دهد هنرمندان نقاش، با آگاهی، نسبت طلایی را درترکیب نقاشی خود به کار برده باشند.

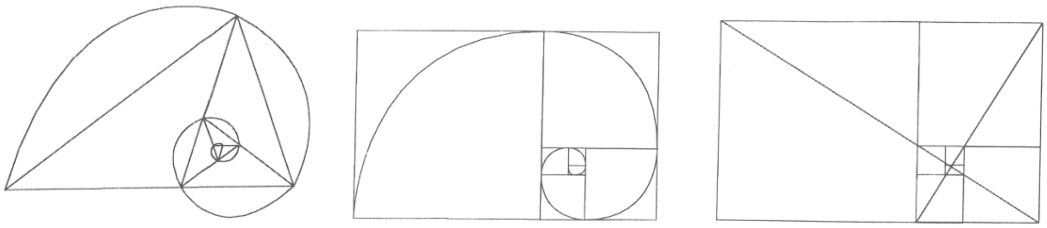
در بین اعداد گنگ، نسبت طلایی مشخص‌ترین عدد گنگ است و از این رو کاربردهای یکتایی در نظریهٔ اعداد، جستجوی الگوریتم‌ها، کمینه‌سازی توابع، نظریهٔ شبکه‌ها، ساختار اتمی بعضی از مواد و رشد اندام‌های زیستی دارد. خواص یکتای نسبت طلایی، اعداد فیبوناتچی کاربردهای زیادی در مباحثی مانند روش‌های کارآمد مرتب کردن یک فهرست، الگوی دانه‌های آفتابگردان و ... را در بر می‌گیرد. مطابق تحقیقات انجام شده، نسبت طول ضلع قاعده به ارتفاع و همچنین نسبت ارتفاع یک وجه به نصف ضلع قاعده در اهرام مصر، برابر با نسبت طلایی است. همچنین در معماری معبد پارتنون، تخت جمشید و گنبد تاج الملک نیز از مستطیل طلایی استفاده شده است. (شکل‌های ۲۰ تا ۲۲)



شکل ۲۰– به ترتیب از راست به چپ: مستطیل طلایی، معبد پارتنتون و تخت جمشید، مسجد تاج الملک، اهرام مصر

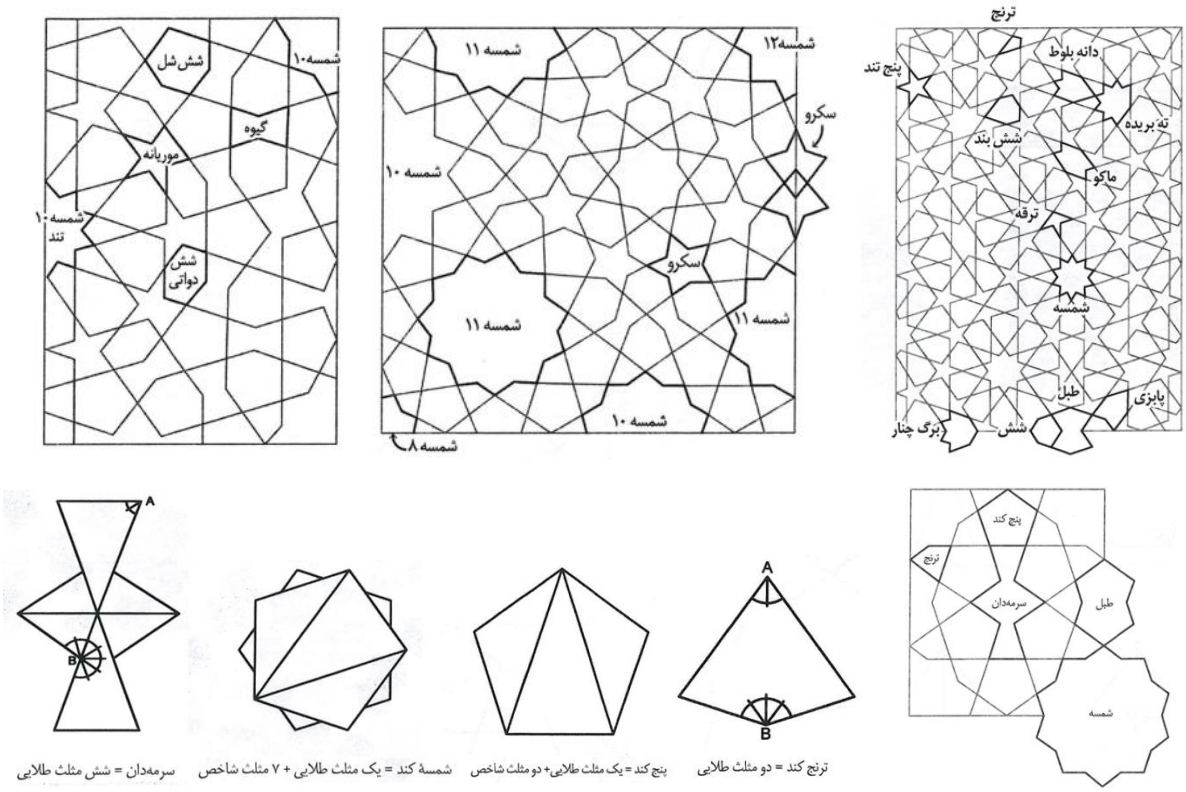


شکل ۲۱- (الف) شاخص طلایی، تقسیم به یک مثلث طلایی و یک شاخص طلایی کوچکتر ، (ب) مثلث طلایی، تقسیم به یک شاخص طلایی و یک مثلث طلایی کوچکتر، (ج) مستطیل طلایی، تقسیم به یک مربع و یک مستطیل طلایی کوچکتر.



شکل ۲۲– سمت راست: عمود بودن قطرهای دو مستطیل طلایی متوالی، وسط: رسم مارپیچ یکسان-زاویه (مارپیچ لگاریتمی) از دنبالهٔ مستطیل‌های طلایی، چپ: رسم مارپیچ یکسان-زاویه (مارپیچ لگاریتمی) از دنبالهٔ مثلث‌های طلایی

(شکل‌های ۲۳ و ۲٤) ارتباط نقش‌مایه‌های گره‌چینی با مثلث طلایی (شکل ۲۱) و کاربرد آنها در انواع هنر را نشان می دهند.

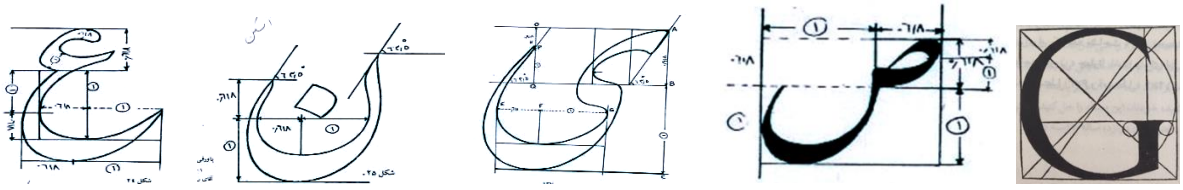


شکل ۲۳- نقش‌مایه‌های گره‌های تند، کند و شل و نحوه تبدیل برخی از آنها به مثلث‌های طلایی و شاخص

شکل ۲٤– از راست به چپ: ۱- مشبک‌کاری چوب، ۲-خاتم‌کاری، ۳-بعضی از نقش‌مایه های گره مانند طبل، ترنج، پنج ضلعی، سرمه‌دان در نمای سقاخانه امامزاده یحیی تهران، ٤- هم‌نشینی قواره بری چوب با گره‌چینی در ارسی عمارت بادگیر مجموعه گلستان (میرصالحیان، ۱۳۹۵، ۲٦)

۳-۱- تاثیر فضا و هندسه بر انواع چینش حروف در سبک‌های خوشنویسی

خوشنویسی زیبا نگاری حروف و کلمات بر اساس اصول و قواعدی معین و مشخص است (رشوند، ۱۳۹۱). یکی از مهمترین و حیاتی ترین مباحث در زیبایی شناسی هنر خوشنویسی ترکیب بندی و نحوه قرار گرفتن عناصر در کنار هم و در صفحه است. چنانچه در کنار ظرافت های هنری، ترکیب بندی و نحوه چیدمان عناصر در صفحه بر اساس قوانین هندسی باشد، آنگاه ترکیب به وجود آمده زیبا، تاثیر گذار و قوی می نماید. اشکال هندسی مختلف (مانند مستطیل، مربع، لوزی، مثلث، دایره، بیضی و ...) و اشکال هم نهشت و متشابه و تبدیلات ساده هندسی (انتقال، بازتاب، دوران، تجانس) در خلق یک اثر هنری بدیع و چشم نواز در زمینه هنر خوشنویسی و شکل‌دهی و زیباسازی آن کاربرد فراوانی دارند. (شکل ۲۵)



شکل ۲۵– سمت راست: رسم هندسی حرف G ، آثر لئوناردو داوینچی، بقیه: حضور مستطیل طلایی و زاویه ٦٣,٥ درجه در چند نمونه از حروف

از نظر هندسی (کشیدگی، انحنا، ...) هر کلمه در بالای صفحه می‌تواند بر کلمه‌ای در پایین صفحه تاثیرگذار باشد طوری که گاها خوشنویس نمی‌تواند آن را نادیده گرفته و به متعادل و هماهنگ کردن آنها از جهت توازی یا تقارن یا حتی طول متناسب آنها مبادرت نورزد. خوشنویسان بزرگ، حتی بی آنکه دانش ریاضی داشته باشند، این نکات را بر اثر تجربه و قوه بالای ادراک چشمی رعایت می‌کنند. ریاضیات و هندسه با اراده هنرمندان وارد خوشنویسی نشده است، بلکه در ذات و زیبایی آن نهفته است. اصل تناسب در این هنر تا حدودی پیچیده است زیرا خوشنویس ضمن رعایت هم آغوشی کلمات و قرار ندادن اتفاقی حروف کنار هم، در جهات مختلفی باید این تناسب را حفظ کند. مثلا در سیاه‌مشق‌نویسی، آزادی عمل خوشنویس در تکرار حروف، وی را در خلق فضای هندسی مورد نظر آزاد می گذارد و هنرمند ضمن تکرار حروف، به طور هم زمان شاکله کلی اثر و متعادل ساختن فضاهای قرینه را نیز مد نظر دارد. سواد و بیاض متقارن تنها مربوط به کلمه و حروف نیست بلکه این سیاهی و سفیدی در کل اثر و لابلای کلمات هم وجود دارد (شکل ٢٦). یکی ازشیوه های سیاه مشق نویسی انتخاب قبلی اشکال هندسی دایره، بیضی، لوزی، مربع یا مستطیل است، یعنی هنرمند از قبل مثلا دایره را مد نظر قرار داده و سعی بر ایجاد آن از طریق چیدمان حروف و کلمات دارد و تمرکز خوشنویس بیشتر بر رعایت تناسبات است. (فراهانی واشقانی، ۱۳۹۵)

شکل ٢٦– اهمیت مکان‌یابی صحیح و رعایت اصول هندسی توازی، تقارن، دوران و ... در زیبایی آثار خوشنویسی

چنین هماهنگی و هارمونی در چینش مکانی اجزا، در انواع دیگر هنر از جمله نقاشی نیز به چشم می‌خورد. گاهی نیز در ادبیات غنایی، حماسی، توصیفی یا مذهبی از تلفیق دو هنر خوشنویسی و نقاشی برای بیان موثرتر مضامین مورد نظر استفاده شده است. (شکل ۲۷)

شکل ۲۷– نمونه‌هایی از رعایت تناسبات در چینش مکانی اجزای نقاشی‌های سنتی ایرانی اسلامی همراه با خوشنویسی روایت‌های داستانی

نقاشی‌های زیرلاکی ایرانی، به ویژه با نقش‌های گل و مرغی، به چشم بسیاری از ایرانیان آشناست. در برخی کتاب‌های درسی قدیمی مدارس ایران و همچنین قرآن‌های قدیمی، چاپ جلد با این هنر آراسته شده‌بود، که دانش‌آموزان را با ظاهر این سبک نقاشی در حد محدودی آشنا می‌کرد. از پیشینه این نوع نقاشی که از زمان صفویان در ایران رایج شد و در دوران قاجار به شکوفایی رسید کمتر سخن به میان می‌آید. این نقاشی‌ها گاهی روی تابلو و گاهی روی ابزارهای روزمره مانند قلمدان، صندوقچه، بادبزن و ... به کار می رفته‌اند. در چینش مکانی اجزای این نقاشی‌ها نیز معمولا رعایت تناسب در ابعاد هر جزء و همچنین در تناسب و هارمونی در مکان‌یابی چینش آنها برای هماهنگی کل اثر، اهمیت زیادی دارد. (شکل ۲۸)

شکل ۲۸– نقاشی‌های لاکی با رعایت تناسب در چینش مکانی اجزا (کریمی، ۱۳۹۵، ۳۱)

۳-۲- دوخت‌ها و بافت‌های سنتی ایران

در لباس‌های دوره‌های پیش از اسلام (مادها، هخامنشی، اشکانی، ساسانی) از جمله سوزن‌دوزی‌های لباس زرتشتیان، از نقوش هندسی شامل مربع، مستطیل و دایره‌های شمسه‌ای یا ترنجی استفاده می‌شده است. آجیده‌دوزی (پنبه‌دوزی یا لایه‌دوزی)، ملیله‌دوزی، پولک‌دوزی، جواهردوزی، یراق‌دوزی، سکمه‌دوزی برخی از این دوخت‌ها هستند که تا دوره‌های اسلامی و عصر حاضر نیز ادامه یافته‌اند. در تمام طرح‌های دوخت‌ها و بافت‌ها، دو نوع خط شامل شکسته و منحنی وجود دارد. مثلا ترکمن-دوزی و سوزن‌دوزی بلوچ، دوخت‌هایی هستند که از نقوش خط شکسته به وفور بهره می‌گیرند، در حالی که در سرافی‌دوزی سیستان بیشتر از نقوش منحنی استفاده می‌شود. در دوره سلجوقیان از شرفه‌دوزی برای کتاب‌آرایی در حاشیه و جلد استفاده می‌کرده‌اند. از آن زمان به تدریج دوخت‌هایی از قبیل کتیبه‌دوزی، سرمه‌دوزی، تکه‌دوزی، نقش‌دوزی، گلابتون‌دوزی، ده‌یک-دوزی، بخارادوزی، شمسه‌دوزی، کمنددوزی، پته‌دوزی، نقش‌دوزی، منجوق‌دوزی، گبردوزی، توردوزی، گلاب‌دوزی، مضاعف‌دوزی، اشرفی‌دوزی، چشمه‌دوزی رایج شدند تا دوره صفویه که طرح‌های دوخت‌های تزئینی به اوج تنوع و شکوفایی رسیدند و اشکالی موسوم به شاه‌عباسی شامل انواع اناری، گل‌برگی، سه‌سر و ... به‌کار رفتند و هر کدام در منطقه بومی خود تا دوره‌های افشاریه، زندیه و قاجاریه نیز ادامه داشتند (صبا، ۱۳۷۹). یکی از قدیمی‌ترین دوخت‌های تزئینی که از دوره هخامنشی تاکنون رواج دارد، قلاب‌دوزی است و گونه‌ای از آن که طرح‌هاس سنتی و غنی خاصی با نخ ابریشم روی پارچه ماهوت دوخته می‌شود، به دلیل اهمیتش در میان سنت‌های گیلان به رشتی‌دوزی نیز معروف شده است. (شکل ۲۹)

شکل۲۹– تصاویر انواع دوخت‌های تزئینی سنتی ایران و کاربرد اشکال هندسی اقلیدسی و اسلیمی و تناسب در چینش مکانی، در زیبایی طرح‌های آنها

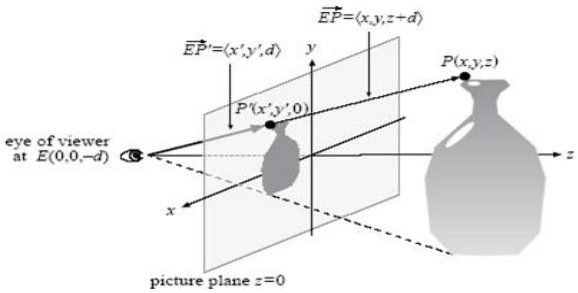
در نقوش فرش، قالی، گلیم، جاجیم، گبه و دیگر دست‌بافت‌های سنتی ایران نیز به وفور از اشکال هندسی استفاده شده است و به هماهنگی و هارمونی در چینش مکانی دقت شده است که ریشه در فرهنگ و تمدن کهن چند هزار ساله‌ی این سرزمین دارند. قدیمی ترین نشانه از هنر قالیبافی در ایران به عصر مفرغ باز می گردد. این نشانه یک کارد قالیبافی است که از گورهای عهد مفرغ ترکمنستان و شمال ایران یافت شده است. در شهر سوخته (دشت سیستان ـ جنوب شرقی ایران) نیز فرش های حصیری و پارچه و ابزارهای بافندگی به دست آمده که متعلق به ۲۸۰۰-۲۵۰۰ پیش از میلاد است. در دوره هخامنشیان، به نقل از گزنفون، شهر کهن ساردیس به قالی های گره باف خود فخر می کرده که به نقش های حاشیه و هیکل های مردان و شیردال های افسانه ای آراسته بوده است. کهن ترین قالی ها به ترتیب: قالی کشف شده در نقش برجسته کاخ نینوا، فرش پازیریک از پنجمین گور اقوام سکایی، تکه فرش قومس (دوران ساسانیان) و فرش آناتولی (۱۳-۱٤م) هستند.

کارشناسان تعداد طرح های فرش ایرانی را تا ۲۰۰۰ گروه برآورد می کنند. بعضی از این نقشه ها تغییر یافته یک نقش اصلی هستند. گروه های اصلی عبارتند از: نقوش شاه عباسی، طرح های پیچ در پیچ اسلامی (اسلیمی)، طرح های بته جقه ای، طرح درختی حیوان دار، طرح ترکمن، طرح شکارگاه، قاب قابی، گل فرنگ، گلدانی، گل افشان، ماهی درهم، طرح های قلمدان (محرمات، راه راهی، ترمه ای)، طرح های هندسی، طرح های ایلیاتی و طرح های تلفیقی. عناصر و نقش های طرح شاه عباسی عبارتند از گل های چند پر ساده و مرکب معروف به شاه عباسی و خطوط کمانی پیچان، اسلیمی ها و نگاره هایی به شکل ابرهای چینی برای تزیین متن. طرح های شاه عباسی به انواع افشان، لچک ترنج (ترنج دار) درختی، جانوری، شیخ صفی، طره دار سلسله ای، شاه عباسی تصرفی، ترنجی طره دار، بوته دار، لچک ترنج کف ساده قابل تقسیم است. (شکل ۳۰)

شکل ۳۰- تصاویری از طرح‌های سنتی و غنی شامل اشکال هندسی و نقوش اسلیمی در فرش و قالی دستبافت با رعایت تناسب‌ها در چینش مکانی

٤- پرسپکتیو خطی و هندسه تصویری

با ایجاد عمق در یک اثر نقاشی، آن اثر به واقعیت نزدیکتر می‌شود. پرسپکتیو ریاضی چگونگی ایجاد عمق را در طراحی‌ها و البته آثار نقاشی به ما می‌آموزد (Andersen, ۲۰۰۷). شکل ۳۱ شروع خوبی برای آشنایی با مفهوم پرسپکتیو است.



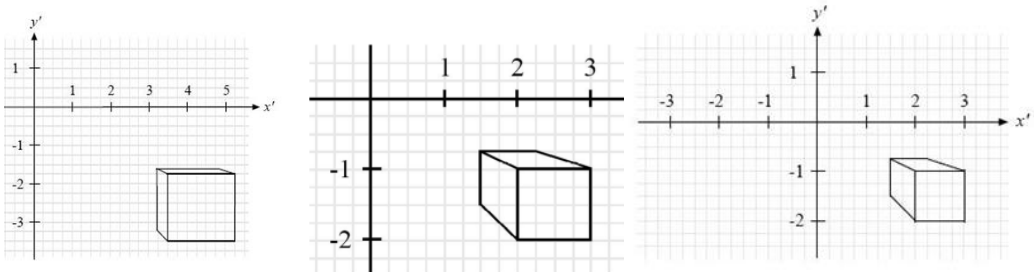
شکل ۳۱– سمت راست: p' تصویر پرسپکتیو p است. سمت چپ: خطوط عمودی و افقی در سامان بخشیدن به ساختار نقاشی وارتباط اشیا با لبه پرده نقاشی موثرند.

فرض کنیم بیننده یک چشم خود را در نقطه $E(۰,۰,-d)$ قرار داده و چشم دیگر خود را بسته باشد. نقطه $P\ (x,y,z)$ را روی گلدان در نظر می‌گیریم. نور منعکس شده از این نقطه به طور مستقیم به چشم بیننده می‌تابد و لذا از نقطه $P'\ (x',y',z')$ واقع در روی صفحه $Z = ۰$ خواهد گذشت. از این پس قرار می‌گزاریم صفحه $Z = ۰$ را صفحه تصویر بنامیم. با این فرض چنانچه صفحه تصویر را به عنوان سطح بوم نقاشی تصور کنیم و بخواهیم تصویر واقعی گلدان را نقاشی کنیم باید هر نقطه مانند P از گلدان را با نقطه P' روی بوم با همان رنگ منعکس شده از P نقاشی می‌کنیم. نماد P' ، تصویر پرسپکتیو و یا تصویر مرکزی از P نامیده می‌شود. حال چنانچه ما یک گلدان را تنها با تمام نقاط قابل دید آن تشخیص دهیم. تصویر پرسپکتیو گلدان مجموعه‌ای از تصاویر پرسپکتیو تمام نقاط قابل دید آن گلدان است. واضح است که ما برای قرار دادن یک نقطه در سطح تصویر تنها به دو مولفه (x',y') نیاز داریم. لذا از این به بعد زوج (x',y') مختصات اصلی یک نقطه در سطح تصویر خواهند بود. (متناسب با نقطه $(x',y',۰)$ در صفحه تصویر).

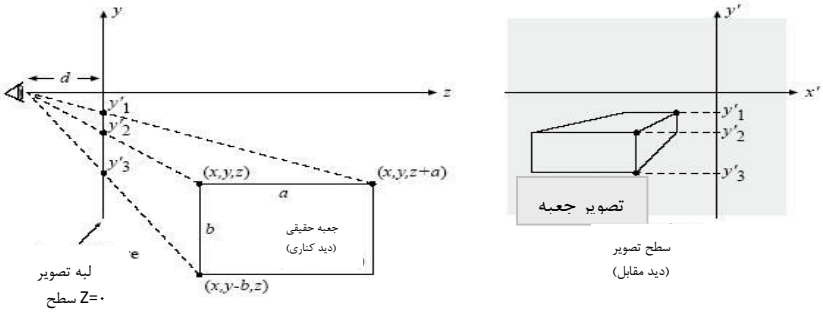
به منظور تعیین X' و Y' در شکل (۳۱) توجه داریم که بردارهای $\overrightarrow{EP'}=(x',y',d)$ و $EP = (x,y,z+d)$ موازی هستند و بنابر این عدد حقیقی و مثبت t یافت می‌شود که $t\ (x',y',d) = (x,y,z+d)$ و با معادل ساختن مولفه‌ها و حل آنها داریم: $x'=\frac{x}{t}, y'=\frac{y}{t}, t=\frac{z+d}{d}$ و با جانشین‌سازی مقدار t در X' و Y' خواهیم داشت: $x'=\frac{dx}{z+d}, y'=\frac{dy}{z+d}$ (*).

در نتیجه با داشتن مختصات (x,y,z) یک نقطه در گلدان (یا هر شئ دیگری) و فاصله چشم تا صفحه تصویر (d)، به راحتی می‌توان مختصات (x',y') از تصویر پرسپکتیو مربوط به عکس را با استفاده از فرمول (*) به دست آورد. قوانینی در پرسپکتیو به ما کمک می کنند از جمله: هر ضلع با تصویر پرسپکتیو خود موازی است و این به ما می‌گوید که تصویر نمی‌چرخد. این تکنیک در واقع یک استفاده خوب و کاربرد مستقیم از قانون $P'_۱P'_۲=\lambda P_۱P_۲$ است. (Frantz, ۱۹۹۷)

به تصویر مکعب‌های شکل (۳۲) توجه کنید. آیا مکعب سمت راست واقعاً شبیه یک مکعب است؟ اگر از فاصله مخصوص مطالعه کردن (۳۰ سانتی متر) به آن نگاه کنید، احتمالاً در مسیر خط دید شما عمق تصویر دراز به نظر می‌رسد. در اینجا یک دلیل خوب و یا شاید بد برای این مسئله وجود دارد. چنانچه شما چشم خود را با فاصله ۳ سانتی متر نسبت به این شکل نگه دارید، مطمئناً بینیتان با صفحه کاغذ برخورد خواهد کرد و در این فاصله شما نمی‌توانید به درستی تمرکز کنید. اما اگر شما نگاهی گذرا به تصویرها بیاندازید، باید توانایی تشخیص این مکعب را (نه کاملاً واضح) داشته باشید. بنابراین این نقاشی حتی اگر از نظر ریاضی صحیح باشد، یک نقاشی خوب به حساب نمی‌آید. چرا که در طول مراحل برنامه‌ریزی ما اندازه دقیق نقاشی و فاصله‌ی طبیعی که در آن بیننده می‌خواهد به تصویر نگاه کند را در نظر نگرفته‌ایم. حال اگر ما از همان مکعب صفحه تصویر استفاده کنیم اما فاصله بیننده را مثلاً به ۲۱ واحد تغییر دهیم مکعب سمت چپ به دست می‌آید که تصویر واقعی‌تری از مکعب می‌باشد (تحقیقی و خمسه، ۱۳۸۷). حال تنها ابهامی که ممکن است پیش آید آن است که تنها مشکل در مکعب سمت راست کوچک بودن ابعاد آن است. ولی در جواب می‌توان گفت که چنانچه واحدها را در این شکل، مانند مکعب وسط، بزرگ انتخاب کنیم مثلاً ۱ متر، آنگاه فاصله دید نیز ۳ متر خواهد بود که این فاصله بسیار دور است و تمرکز بیننده روی شکل بسیار کم خواهد شد. (شکل‌های ۳۲ و ۳۳)

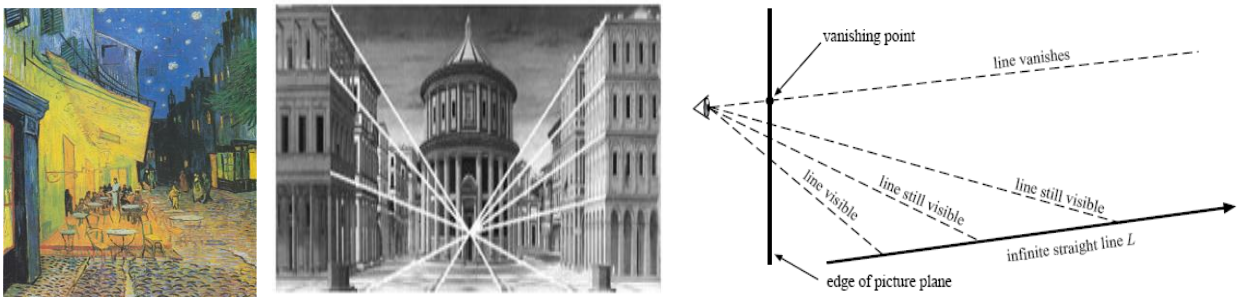


شکل ۳۲– سمت راست: در یک فاصله طبیعی دید (۳۰ سانتی متر) مکعب در مسیر خط دید بسیار دراز به نظر می رسد و از فاصله نزدیکتر (۳ سانتی متر) نیز کمی طبیعی‌تر ولی ناواضح دیده خواهد شد. وسط: جزئیات بزرگ‌نمایی شده‌ی همان مکعب سمت راست که از فاصله‌ی دورتر (۳ متر) واقعی‌تر به نظر می‌رسند. سمت چپ: همان مکعب درحالتی که فاصله سطح تصویر تا بیننده افزایش می‌یابد و تصویر واقعی‌تری در فاصله طبیعی دید، دیده می‌شود.



شکل ۳۳– صفحه‌ی شامل تصویر جعبه، از دید مقابل (تصویر سمت راست) و دید جانبی (تصویر سمت چپ) و نمایش فاصله‌ی سطح تصویر تا بیننده

فرض می‌کنیم یک خط راست مانند L در فضا با معادلات پارامتری $x = x_0 + at,\ y = y_0 + b,\ z = z_0 + c$ وجود دارد که c و z و b و y و a و x اعدادی ثابتند و $c > 0$ و $-\infty < t <$ ، چون $c > 0$ پس وقتی t به بی‌نهایت میل می‌کند داریم: $\lim_{t\to\infty} z(t) = \infty$. در نتیجه وقتی پارامتر t به بینهایت میل می‌کند خط در نظر بیننده در قسمت مثبت محور z ها به بی‌نهایت می‌رود. طبق معمول بیننده در نقطه $(0,0,-d)$ قرار دارد و $d > 0$. بنابر قضیه‌ای از هندسه تصویری، تصویر پرسپکتیو L (تصویر قسمتی از L که در قسمت مثبت محور z ها می‌گیرد) یک زیرمجموعه از خطی راست است، اما تصویر این خط یک خط مستقیم کامل نیست، به خصوص این خط در یک نقطه به نام «نقطه گریز» محو می‌شود.



شکل ۳٤– سمت راست: وضعیت نقطه گریز و خط گریز، سمت وسط: کاربرد نقطه گریز و خطوط گریز در نقاشی، سمت چپ: یکی از نقاشی‌های پرسپکتیو از آثار بزرگترین نقاش هلندی، ونسان ونگوگ با موضوع یک رستوران در یک شب تابستانی

بیننده به خط L (که تا بینهایت امتداد یافته و در قسمت مثبت محور z ها قرار دارد) خیره می‌شود و به نقاط روی خط L در فاصله‌های بسیار زیاد نگاه می‌کند تا جایی که خط دید و خط L با هم موازی شوند. در این حالت خط L ناپدید می‌شود (دیگر انتهای آن دیده نمی‌شود). چون دو خط موازی (در اینجا L و خط دید) یکدیگر را قطع نمی‌کنند. در این حالت بیننده به طور مستقیم در حال نگاه کردن به نقطه گریز است. نقطه گریز خط هر جایی در صفحه تصویر می‌تواند باشد و به مسیر خط بستگی دارد. با نوشتن معادلات پارامتری خط L می‌توان مکان نقطه گریز خط L را پیدا کرد. معادلات پارامتری تصویر L در صفحه تصویر به صورت $x' = \frac{d(x_0 + at)}{(z_0+ct)+d} = \frac{(da)t+dx_0}{ct+(z_0+d)}$ $y' = \frac{d(y_0 + bt)}{(z_0+ct)+d} = \frac{(db)t+dy_0}{ct+(z_0+d)}$ هستند وقتی t به بی-نهایت میل کند داریم: $lim_{t\to\infty} x' = \frac{da}{c}$ $lim_{t\to\infty} y' = \frac{db}{c}$، پس مختصات نقطه گریز $(\frac{da}{c}, \frac{db}{c})$ است. نقطه گریز در شکل (۳٤) و آثار نقاشی سبک واقع‌گرایانه نیز با رعایت پرسپکتیو در شکل (۳۵) نمایش داده شده‌اند. (Frantz, ۱۹۹۷)

شکل ۳۵– برخی از نگارگری‌های استاد محمد غفاری (ملقب به کمال الملک، پدر نقاشی واقع گرایانه ایران) از دوره قاجار

بحث و نتیجه‌گیری

در گذشته به این دلیل که انسان‌ها بیش از امروز در طبیعت زندگی می کردند، ضمیر ناخودآگاه شان نیز با نظم طبیعت هماهنگ تر بود، در نتیجه در مصنوعات‌شان نیز همان نوع نظم دیده می‌شود. طبیعت همواره منبعی غنی برای هنرمندان و طراحان است. بیشتر برداشت ها از پیچیدگی های طبیعت، برداشت های شکلی و ظاهری است. اما نکته ی اصلی در الهام از طبیعت، فهم قوانین و اصول حاکم بر ساختارها است. مدل های جدید هندسی باعث می‌شود جهان را به دیده‌ی متفاوتی ببینیم. در هنر ایران، نه تنها در نقوش تزئینی که حتی در سازه‌ها و تزئینات معماری نیز با هندسه و ریاضیات روبرو می‌شویم. در این مقاله با نقش ریاضیات در هنرهای معماری، کاشی‌کاری، نقاشی، خوشنویسی، تذهیب، صنایع دستی، طراحی فرش، دوخت‌های تزئینی و ... به واسطه هندسه اقلیدسی، فراکتال‌ها، نسبت طلایی، پرسپکتیو و ... آشنا شدیم. می‌توان تحقیقات گسترده‌تری در زمینه‌ی نقوش مقرنس‌ها، رسمی‌بندی‌ها، یزدی‌بندی‌ها و حتی طاق‌ها و قوس‌هایی که در یک بنای سنتی تکرار شده‌اند درباره‌ی رابطه‌ی هر کدام با اشکال و ساختارهای هندسی انجام داد. همچنین می‌توان رابطه‌ی عناصر تصویری موجود در نگارگری‌ها را با هندسه‌های جدید مورد بررسی قرار داد. انجام تحقیقات علمی و به کار گرفتن ریاضیات و هندسه در زمینه‌های هنری، روش‌ها و ابزارهای جدیدی در اختیار هنرمند قرار می‌دهد که توانایی و قدرت او را در خلق آثاری بدیع بالا می‌برد و همچنین منظرهای جدید، درک و دریافتی جامع‌تر نسبت به آن هنرها ایجاد می‌کند.

منابع

افتخارزاده، ساناز. ۱۳۹۲. ازآشوب ادراک تا شناخت معماری. تهران: علم معمار رویال.
بویل،کارل. ۱۳۸٦. هندسه فرکتال در معماری و طراحی (حسین فلاح و محمد اشرف گنجوی). دانشگاه شهید باهنرکرمان.
تحقیقی، محمد و خمسه، مهدی."ریاضیات و نقاشی" دانشگاه پیام نور قزوین: نشریه علمی شمارش. ۱۳۸۷، ۱۰: ۱٦-۲٤.
جوکار، جلیل. ۱۳۸٤. فراکتال و فراکتال گرایی در هنر. تهران: انتشارات کلهر.
رحمتی، سید محمد حسین. ۱۳۸٤. هنر موزائیک. قم: کیمیا نگار.
رشوند، اسماعیل. ۱۳۹۱. خوشنویسی، کتاب درسی سال دوم هنرستان رشته گرافیک. تهران: شرکت چاپ و نشر کتاب های درسی ایران.
زمانی لنجانی، اکبر. ۱۳۹۵. هندسه در هنر معماری و کاربرد آن در آموزش ریاضی. اصفهان: سازمان فرهنگی تفریحی شهرداری اصفهان.
صبا (اسفندیاری)، منتخب. ۱۳۷۹. نگرشی بر روند سوزندوزیهای سنتی ایران: از هشت هزار سال قبل از میلاد تا امروز. تهران: صبا.
فراهانی واشقانی، احمد و کلاهدوز، فهیمه. "ریاضیات و هنر ..."، چهاردهمین کنفرانس آموزش ریاضی ایران. ۱۳۹۵، شیراز.
کریمی، نرگس. ۱۳۹۵. پاپیه ماشه. اصفهان: پژوهشکده هنرهای سنتی و اسلامی اصفهان.
مرتضوی نصیری، سیده زهرا. "تجزیه و تحلیل نقوش گردان در مسجد جامع عباسی اصفهان ..." دانشگاه هنر اصفهان: پایان‌نامه. ۱۳۹٤.
مشهودی، شاهد. "خاصیت هارمونی در ریاضیات مبتنی بر روابط بازگشتی ..." دانشگاه آزاد اسلامی واحد کرج: پایان‌نامه. ۱۳۹۰.
مکی‌نژاد، مهدی. ۱۳۸۸. تاریخ هنر ایران در دوره اسلامی: تزئینات معماری. تهران: سازمان مطالعه و تدوین کتب علوم انسانی (سمت).
میرصالحیان، صدیقه. ۱۳۹۵. قواره بری در بناهای تاریخی ایران، جلد اول: کاخ‌های قاجاری. اصفهان:مرکز اصفهان‌شناسی.
نصر اصفهانی، غلامرضا. ۱۳۸۵. برای دیدن، جلد ۱ تا ٤. اصفهان: دفتر مطالعات تصویری اصفهان.
- Andersen, K. (۲۰۰۷) The Geometry of an Art: History of Mathematical Theory of Perspective …, Springer.
- Falconer, Kenneth. J. (۲۰۰۳) Fractal Geometry, ۲nd Edition, Wiley, England.
- Frantz, M. (۱۹۹۷) Mahtematics and Art, National Science Foundation, IUPUI, Draft.
- Mandelbrot, Benoit B. (۱۹۸۲) The Fractal Geometry of Nature, Freeman, New York.